推薦系統API雛形 ─ 必要之數學原理簡述(Ver. 1.0)

**作者：** 陳韋辛 Frank Chen

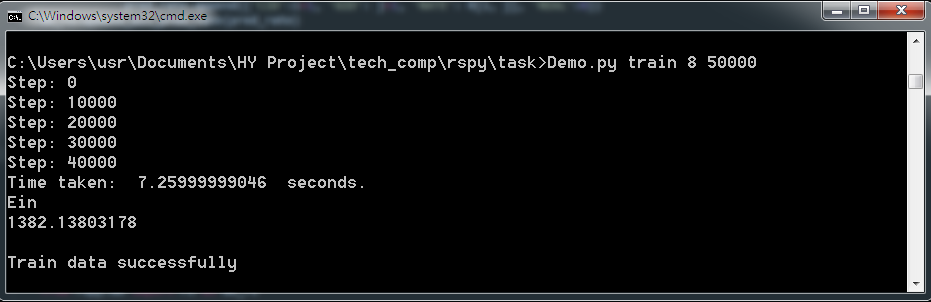
**前言：** 由於此程式目的是為了讓使用者不用瞭解內部數學原理即可使用，此外此程式內部也包含不少數學模型、計算與分析方法，如VC Dimension、Binary Vector Encoding、Neural Network、Regression和Stochastic Gradient Descent等，所以此份文件只會描述Demo.py中Train方程式與輸入有關的重要數學意義，如**神經元數量**與**計算迴圈數**對預測結果的影響，若對該數學模型和演算法感興趣可以查閱此文件之參考資料，也歡迎隨時與我討論。

**數學模型：** Neural network with linear regression (Matrix Factorization Learning)

**輸入：** 多位顧客對多項商品的已評評價

**輸出：** 預測某位顧客對未知商品的評價

**Train方程式使用方法：**

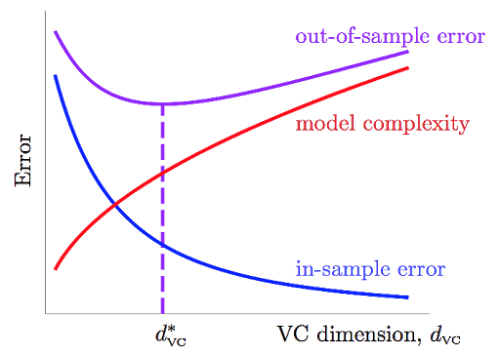
第一次使用時，必須計算所有用戶之評分資料，以產生矩陣 V 和矩陣 W以便預測全體用戶之行為，因此使用者必須呼叫Demo.py中的train方程式，並輸入參數「神經元數量」以及「計算迴圈數」，若無輸入參數，則預設神經元數量為10，計算迴圈數為10000000。

**神經元數量對預測結果的影響：**

預測結果誤差 ~ 模型複雜度 + 測試資料誤差

當神經元過少時，雖然模型複雜度(model complexity)會較低，但測試資料誤差(in-sample error)會較高，因此預測結果誤差(out-of-sample error)仍會很高，如附圖。當神經元過多時，雖然測資誤差較低，但模型複雜度較高，因此預測結果誤差仍會很高，此外神經元數量過高也會大幅提升運算時間。

由此可見，較低或較高的神經元數量皆會使預測結果變差，因此必須選擇較適當的神經元數量，可以使用Validation等技巧找尋此適當值。



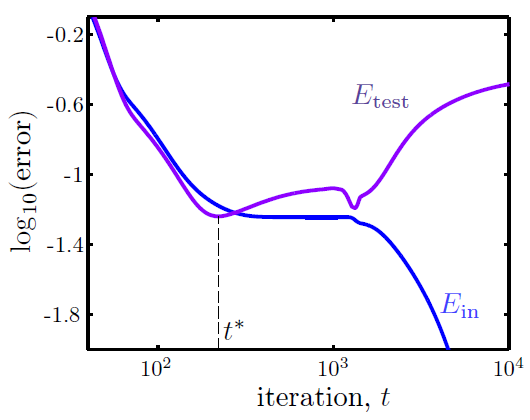
**Fig. 1 複雜度與預測誤差之關係[1]**

**神經元數量的潛藏意義：**

神經元數量的意義如同將顧客與商品視為由「多少種成分」所組成，一個神經元代表一種成分。舉例來說，若神經數量為 3 ，則電腦可能會判斷每個顧客是由「喜歡喜劇片之程度」、「喜歡動作片之程度」、「喜歡文藝片之程度」所組成，而每部電影則是由「喜劇片之比例」、「動作片之比例」、「文藝之比例」所組成，因此只要藉由兩者向量之乘積即可計算該顧客對該電影之評價。當然實際上每個神經元所代表的物理意義完全是由電腦所決定，因此該成分真正在實際生活中的物理意義通常不會像「喜劇成分」那樣如此直覺。

**計算迴圈數對預測結果的影響：**

如同神經元數量與預測結果之關係。當迴圈數過少時，數學模型尚未截取到測資中的pattern便停止，因此測資誤差 Ein 與預測誤差 Eout 都較高，如附圖。當迴圈數過多時，雖然測資誤差較低，但模型太過追求於降低測資誤差，導致預測誤差隨之提升，此外迴圈數過高也會大幅提升運算時間。由於過少或過多的計算迴圈數都會導致預測誤差變大，因此使用者也必須使用Validation等技巧選取適當之迴圈數值。

****

**Fig. 2 迴圈數與預測誤差之關係[1]**

**參考資料：**

[1] Handouts from Machine Learning Techniques by Hsuan-Tien Lin, National

Taiwan University.

[2] Machine Learning Foundations in Coursera, National Taiwan University

<https://www.coursera.org/course/ntumlone>

[3] Machine Learning Techniques in Coursera, National Taiwan University.

<https://www.coursera.org/course/ntumltwo>

[4] Machine Learning in Coursera, Stanford University.

<https://www.coursera.org/course/ml>